www.tunisie-etudes.info

Ce document a été téléchargé depuis
www.tunisie-etudes.info

Des documents gratuits, devoirs, examens, cours, exercices, corrigés... Ainsi que toute une rubrique pour vous aider à trouver un emploi sans oublier les avis de concours en direct

Notre page Twitter :
http://www.twitter.com/TunisieEtudes
Notre page FaceBook :
http://www.facebook.com/TunisieEtudes



Merci d'avoir choisi www.tunisie-etudes.info
Bonne lecture et bon travail

MINISTERE DE L'EQUIPEMENT ET DU LOGEMENT

EPREUVE PRATIQUE DE MATHEMATIQUES

(temps accordé : 2 heures)

E.I.T.P.E. 1989

On considère la série $\sum_{n\geq 1} \frac{\sin(2n\frac{\pi}{3})}{n}$; on pose $s_p = \sum_{n=1}^{p} \frac{\sin(2n\frac{\pi}{3})}{n}$ pour $p \in \mathbb{N}^*$.

QUESTION 1

Soit $p \in \mathbb{N}^*$, montrer que $s_{3p} = \alpha \left[\sum_{n=1}^{p} \frac{1}{(3n-1)(3n-2)} \right]$ où α est une constante indépendante de p que l'on déterminera.

En déduire la convergence de la série $\sum_{n\geq 1} \frac{\sin\left[2n\frac{\pi}{3}\right]}{n}$. On appellera σ la somme de cette série.

QUESTION 2 Soit $p \in \mathbb{N}^*$.

Soit $r_p = \sum_{k=p+1}^{+\infty} \frac{1}{(3k-1)(3k-2)}$, montrer que $r_p \leq \int_p^{+\infty} \frac{dt}{(3t-1)(3t-2)}$ (en justifiant d'abord l'existence de l'intégrale), puis déduire l'inégalité $r_p \leq \frac{1}{3(3p-2)}$;

calculer une valeur approchée de σ à 10^{-2} près.

QUESTION 3

Soit la série entière $\sum_{n\geq 1} \frac{x^n}{(3n-1)(3n-2)}$ $x \in \mathbb{R}$.

Déterminer le rayon de convergence R de cette série ; étudier la convergence pour $x \in [-R,R]$.

La convergence de la série sur [-R,R] est-elle uniforme ?

On notera $S(x) = \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{x^n}{(3n-1)(3n-2)}$ pour $x \in [-R,R]$.

QUESTION 4 Calculer S(-1) à 10^{-3} près. Lire 10^{-3}

QUESTION 5 Montrer que $S(1) = \int_0^1 \frac{x-1}{x^3-1}\,dx$ et que $S(-1) = \int_0^1 \frac{x-1}{x^3+1}\,dx$. Lire x^3

On utilisera l'égalité $\frac{1}{(3n-1)(3n-2)} = \int_0^1 x^{3n-3}dx - \int_0^1 x^{3n-2}dx$; calculer S(1) et S(-1).

En déduire la valeur exacte de σ.

QUESTION 6 Montrer l'égalité $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{\sin(nx)}{n} = \frac{\pi-x}{2}$ pour $x \in]0,\pi]$ qui généralise l'égalité obtenue à la question 5. (On utilisera un développement en série de Fourier pour une fonction convenablement choisie).

QUESTION 7 Soit $x \in]-R,R[$. (R a été défini à la question 3).

Prouver l'égalité $S(x^3) = x^2 \int_0^x \frac{dt}{1-t^3} - x \int_0^x \frac{tdt}{1-t^3}$. Calculer $S(x^3)$.

Comment retrouver S(-1), S(1) ?

• • •

www.tunisie-etudes.info

Ce document a été téléchargé depuis
www.tunisie-etudes.info

Des documents gratuits, devoirs, examens, cours, exercices, corrigés... Ainsi que toute une rubrique pour vous aider à trouver un emploi sans oublier les avis de concours en direct

Notre page Twitter :
http://www.twitter.com/TunisieEtudes
Notre page FaceBook :
http://www.facebook.com/TunisieEtudes



Merci d'avoir choisi www.tunisie-etudes.info
Bonne lecture et bon travail